

Opgave 2 GRACE

6 maximumscore 4

voorbeeld van een antwoord:

De gravitatiekracht heeft de functie van de middelpuntzoekende kracht:

$$F_G = F_{\text{mpz}}. \text{ Invullen levert: } \frac{GmM}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}}.$$

$$\text{Er geldt: } r = R + h = 6,378 \cdot 10^6 + 4,85 \cdot 10^5 = 6,86 \cdot 10^6 \text{ m.}$$

$$\text{Invullen levert: } v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24}}{6,86 \cdot 10^6}} = 7,62 \cdot 10^3 \text{ ms}^{-1}.$$

Hieruit volgt voor de omlooptijd:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi 6,86 \cdot 10^6}{7,62 \cdot 10^3} = 5,66 \cdot 10^3 \text{ s} = 1,57 \text{ h.}$$

$$\text{In één etmaal zijn dit dus } n = \frac{24}{1,57} = 15,3 \approx 15 \text{ rondjes.}$$

- inzicht dat $F_G = F_{\text{mpz}}$ 1
- gebruik van $F_G = \frac{GmM}{r^2}$ en van $F_{\text{mpz}} = \frac{mv^2}{r}$ 1
- inzicht dat $r = R + h$ 1
- completeren van het antwoord 1

7 maximumscore 2

voorbeeld van een uitleg:

Eerst wordt GRACE A (extra) door de bergketen aangetrokken en dus versneld, waardoor de afstand AB toeneemt.

Uiteindelijk hebben GRACE A en GRACE B (na elkaar) dezelfde beweging uitgevoerd, dus hebben ze ook de oorspronkelijke afstand AB.

- inzicht dat eerst GRACE A het sterkst wordt aangetrokken waardoor de afstand AB toeneemt 1
- inzicht dat GRACE A en GRACE B (na elkaar) dezelfde beweging uitvoeren 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

8 maximumscore 4

uitkomst: $\Delta x = 1,4 \cdot 10^{-4}$ m

voorbeelden van een berekening:

methode 1

Voor het faseverschil geldt: $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$. Met $f = \frac{1}{T}$ volgt hieruit: $\Delta\varphi = \Delta t \cdot f$.

Dus volgt voor het tijdsverschil: $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{f} = \frac{0,015}{32,7 \cdot 10^9} = 4,59 \cdot 10^{-13}$ s.

Omdat de golven met lichtsnelheid bewegen, geldt: $\Delta x = c\Delta t$.

Invullen levert: $\Delta x = 3,00 \cdot 10^8 \cdot 4,59 \cdot 10^{-13} = 1,4 \cdot 10^{-4}$ m.

- gebruik van $\Delta\varphi = \frac{\Delta t}{T}$ 1
- gebruik van $f = \frac{1}{T}$ 1
- inzicht dat $s = c\Delta t$ 1
- completeren van de berekening 1

methode 2

Voor het faseverschil geldt: $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$.

Voor de golflengte geldt: $\lambda = \frac{c}{f}$.

Invullen levert: $\lambda = \frac{3,00 \cdot 10^8}{32,7 \cdot 10^9} = 9,17 \cdot 10^{-3}$ m.

Dit levert voor het verschil in afstand:

$\Delta x = \Delta\varphi \cdot \lambda = 0,015 \cdot 9,17 \cdot 10^{-3} = 1,4 \cdot 10^{-4}$ m.

- gebruik van $\Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda}$ 1
- gebruik van $f = \frac{1}{T}$ 1
- inzicht dat $\lambda = \frac{c}{f}$ 1
- completeren van de berekening 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

9 maximumscore 2

voorbeeld van een uitleg:

Het faseverschil tussen twee signalen heeft alleen betekenis als de frequentie gelijk is. Bij frequentiemodulatie is de frequentie niet constant.

- inzicht dat het begrip faseverschil alleen bij gelijke frequenties zinvol is 1
- inzicht dat bij frequentiemodulatie de frequentie varieert 1

10 maximumscore 2

voorbeeld van een antwoord:

Bij deze lagere frequentie is de golflengte veel groter. (Bij een grotere golflengte hoort bij dezelfde afstand een kleiner faseverschil.) Dus komt een bepaald extra faseverschil overeen met een veel groter verschil in afstand.

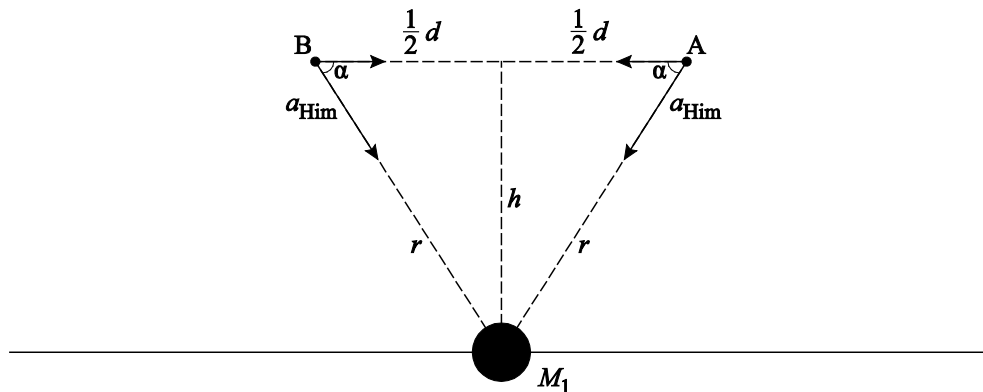
- inzicht dat een lagere frequentie een grotere golflengte tot gevolg heeft 1
- inzicht dat een grotere golflengte een groter verschil in afstand tot gevolg heeft 1

11 maximumscore 5

voorbeeld van een antwoord:

- De onderlinge versnelling is horizontaal gericht, dus de verticale componenten van a_{Him} dragen niet bij.
- De vectorcomponent $a_{\text{Him},x}(A)$ wijst naar links en de vectorcomponent $a_{\text{Him},x}(B)$ wijst naar rechts: A en B worden naar elkaar toe versneld.

–



$$a_{\text{Him}}(A) = a_{\text{Him}}(B) = \frac{GM_1}{r^2} \rightarrow a_{\text{rel}} = a_{\text{Him},x}(A) - a_{\text{Him},x}(B) =$$

$$= \left(\frac{GM_1}{r^2} \cos \alpha \right) - \left(-\frac{GM_1}{r^2} \cos \alpha \right) = \frac{GM_1}{r^2} \left(\frac{\frac{1}{2}d}{r} + \frac{\frac{1}{2}d}{r} \right) = GM_1 \frac{d}{r^3}.$$

- inzicht dat de onderlinge versnelling horizontaal gericht is 1
- inzicht dat de horizontale vectorcomponenten van A en B naar elkaar toe gericht zijn, waardoor A en B naar elkaar toe versneld worden 1
- inzicht dat $a_{\text{Him}} = \frac{GM_1}{r^2}$ 1
- inzicht dat $a_{\text{Him},x} (= a_{\text{Him}} \cos \alpha) = a_{\text{Him}} \frac{\frac{1}{2}d}{r}$ 1
- completeren van het antwoord 1

Opmerking

Als in plaats van met $\cos \alpha$ gewerkt wordt met verhoudingen: uiteraard goed rekenen.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

12 maximumscore 3

uitkomst: $M_1 = 3,8 \cdot 10^{15}$ kg

voorbeeld van een bepaling:

Voor de grootte van de onderlinge versnelling geldt: $a_{\text{rel}} = GM_1 \frac{d}{r^3}$.

Hieruit volgt: $M_1 = \frac{a_{\text{rel}} r^3}{dG}$.

De onderlinge versnelling is maximaal in de situatie van figuur 3.

Daar geldt: $r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}d\right)^2 + h^2} = \sqrt{\left(1,10 \cdot 10^5\right)^2 + \left(4,85 \cdot 10^5\right)^2} = 4,97 \cdot 10^5$ m.

Invullen levert: $M_1 = \frac{4,6 \cdot 10^{-7} \cdot \left(4,97 \cdot 10^5\right)^3}{2,20 \cdot 10^5 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 3,8 \cdot 10^{15}$ kg.

- aflezen van a_{max} 1
- inzicht dat $r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}d\right)^2 + h^2}$ 1
- completeren van de bepaling 1